Sciences Industrielles de l’Ingénieur
Ingénierie électrique

LE TRANSFORMATEUR MONOPHASÉ

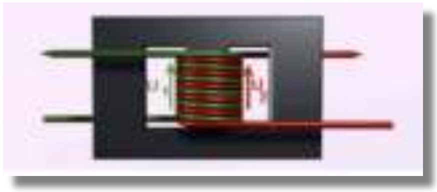
Philippe MARSEILLE

TransfoMono_v1.pptx

Le transformateur monophasé

Pour créer un transformateur monophasé, on place une bobine primaire et une bobine secondaire sur un même noyau ferromagnétique.

Présentation didactisée

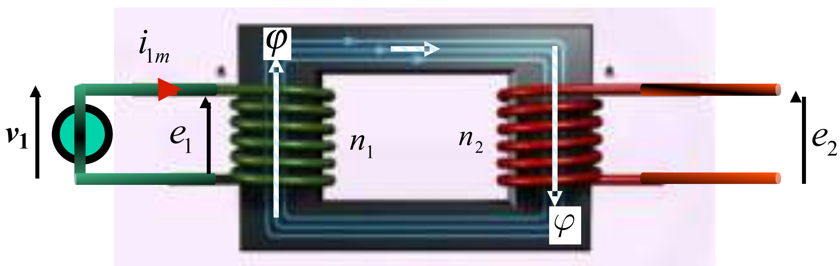


Réalisation possible

La puissance électrique fournie au primaire sous la forme v_1 i_1 est transformée en puissance électrique v_2 i_2 au secondaire. Le transfert de l'énergie électrique du 1aire au 2aire se fait par l'intermédiaire de l'énergie magnétique stockée dans le champ magnétique.

La tension v_2 peut être supérieure à v_1 (fonctionnement en élévateur), inférieure à v_1 (abaisseur) ou égale à v_1 (séparation ou isolation)

De la bobine à noyau de fer au transformateur monophasé



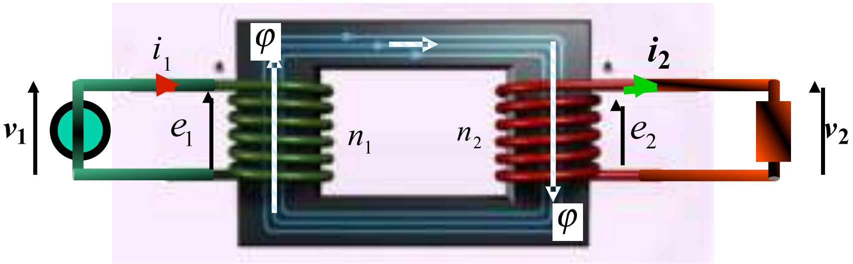
La bobine 1 absorbe i_{1m} positif (courant magnétisant) pour créer un flux positif. Une fem e_1 apparaît en opposition avec v_1 pour limiter i_1 , à l'origine du flux (loi de Lenz)

La bobine 2 traversée par un flux variable (/ temps) est siège d'une fem e_2 . Son sens se vérifiera avec la loi de Lenz au secondaire

> La **loi de Lenz** donne l'orientation de la **fem de Faraday** : celle-ci s'opposera toujours, par ses actions magnétiques, à la cause qui lui a donné naissance !

Quand une charge est connectée à la bobine 2, la fem e_2 crée un courant i_2 qui crée à son tour $n_2 i_2$ ampères-tours (At), de sens opposé aux premiers. En s'opposant aux At 1aires, ils s' « attaquent » à la l'origine de la fem e_2 .

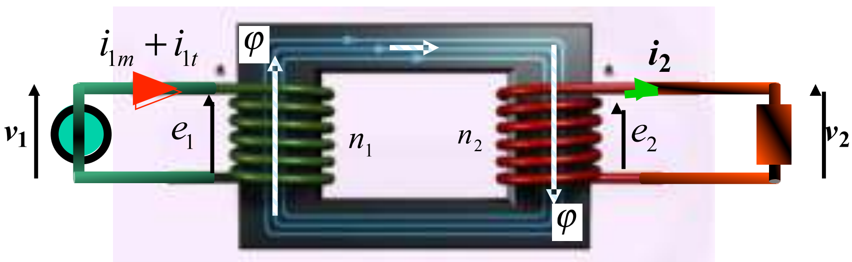
La bobine 2 a un fonctionnement générateur.



Le flux est imposé par la tension primaire (système à flux forcé si la résistance 1aire est négligeable) : son amplitude ne varie pas avec la charge.

Conséquence : le nombre d'At à l'origine du flux reste constant, indépendant de la charge

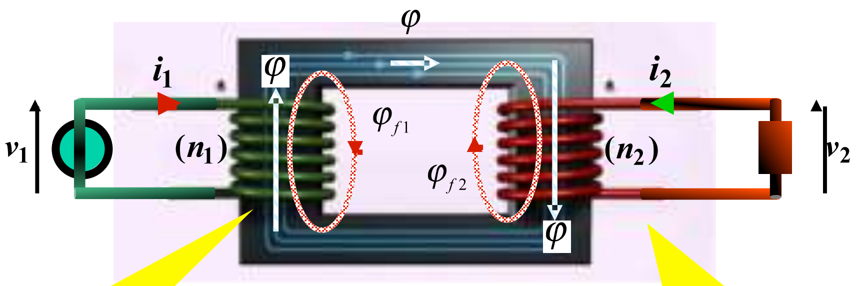
Pour que le flux reste d'amplitude constante il faut que le primaire crée des At positifs qui compenseront les At négatifs créés par le secondaire : les At résultants resteront donc identiques à vide ou en charge !!!



Remarque : Pour illustrer ce fonctionnement, les grandeurs sont représentées en « sens réels »

Modélisation d’un circuit couplé en régime alternatif couplage imparfait

Remarque : Les grandeurs sont maintenant représentées en « sens conventionnels », identiques au 1aire et au 2aire pour faciliter la mise en équation



$$v_1 = r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + n_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

$$n_1 \varphi_{r1} = n_1 (\varphi + \varphi_{f1})$$

$$n_2 \varphi_{r2} = n_2 (\varphi + \varphi_{f2})$$

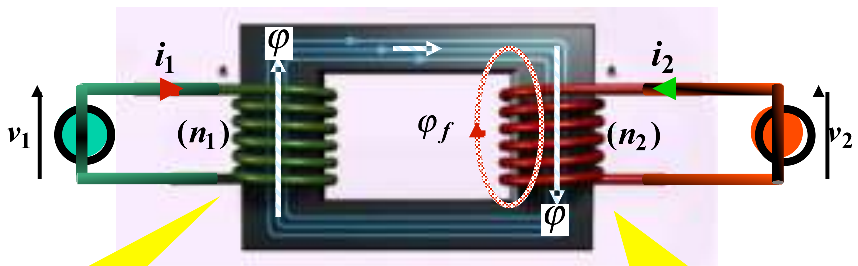
$$v_2 = r_2 i_2 + l_2 \frac{di_2}{dt} + n_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

Flux qui circulent effectivement
Saturation prise en compte

Impossible d’identifier séparément les fuites de chaque enroulement

Modélisation d’un circuit couplé en régime alternatif couplage imparfait

On choisit arbitrairement de les affecter au secondaire



$$v_1 = r_1 i_1 + 0 + n_1 \frac{d\varphi}{dt}$$

$$n_1 \varphi_{r1} = n_1 \varphi$$

$$n_2 \varphi_{r2} = n_2 (\varphi + \varphi_f)$$

$$v_2 = r_2 i_2 + \lambda_2 \frac{di_2}{dt} + n_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

λ_2 Inductance de fuites totale de Boucherot vue au secondaire

Transformateur réel : saturation prise en compte

$si \quad v_1 \approx e_1 = n_1 \dfrac{d\varphi}{dt}$ la tension v_1 impose le flux φ : $\max(\varphi) \approx C^{te} \quad \forall i_1,\, i_2$

A vide $\quad n_1\, i_{1m} \approx R\varphi$

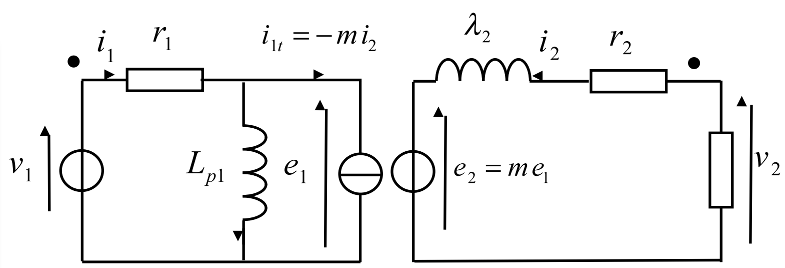
En charge $\quad n_1 i_1 + n_2 i_2 \approx R\varphi$

$$i_{1t} = i_1 - i_{1m}$$

$$m_v = \frac{e_2}{e_1} = \frac{n_2}{n_1} = m \qquad m_i = \frac{i_{1t}}{i_2} = -\frac{n_2}{n_1} = -m$$

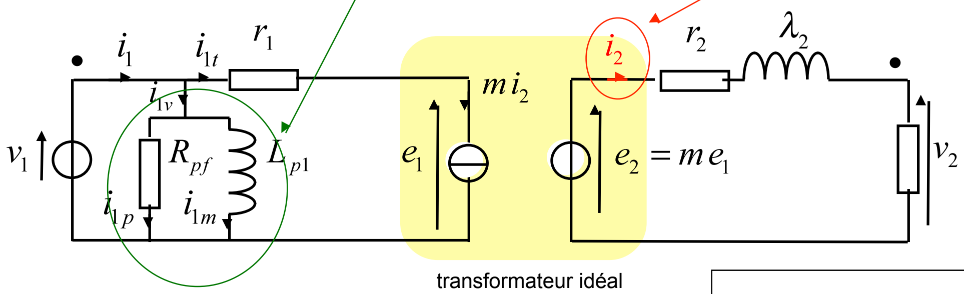
$$\left.\begin{array}{l} n_1\, i_{1m} \approx R\varphi \\ n_1\, \varphi \approx L_{p1}\, i_{1m} \end{array}\right\} L_{p1} = \frac{n_1^2}{R}$$

$$e_1 = n_1 \frac{d\varphi}{dt} = L_{p1} \frac{di_{1m}}{dt}$$



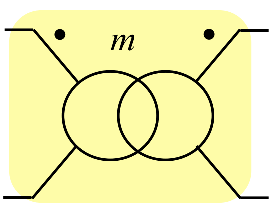
Transformateur réel : schéma équivalent

- On ajoute une résistance R_{pf} qui consommera les **pertes ferromagnétiques**
- On passe **l'impédance magnétisante** aux bornes de la source
- On adopte la convention générateur au secondaire (**Flux soustractifs**)



transformateur idéal

$\equiv$



transformateur idéal

$$m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{e_2}{e_1} = \frac{i_{1t}}{i_2}$$

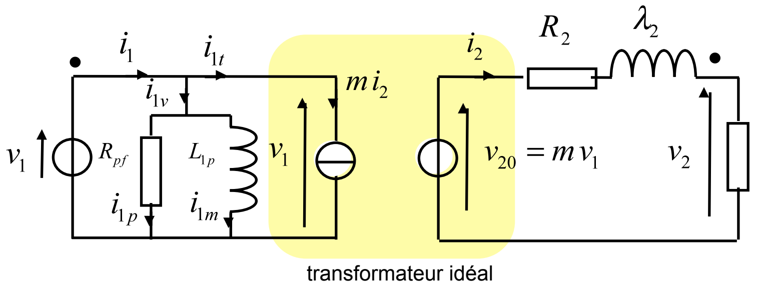
$$v_1 = r_1\, i_{1t} + e_1 \qquad m e_1 = e_2$$

$$e_2 = r_2\, i_2 + \lambda_2 \frac{di_2}{dt} + v_2$$

$$m v_1 = r_1\, m\, i_{1t} + r_2\, i_2 + \lambda_2 \frac{di_2}{dt} + v_2$$

$$m v_1 = R_2\, i_2 + \lambda_2 \frac{di_2}{dt} + v_2$$

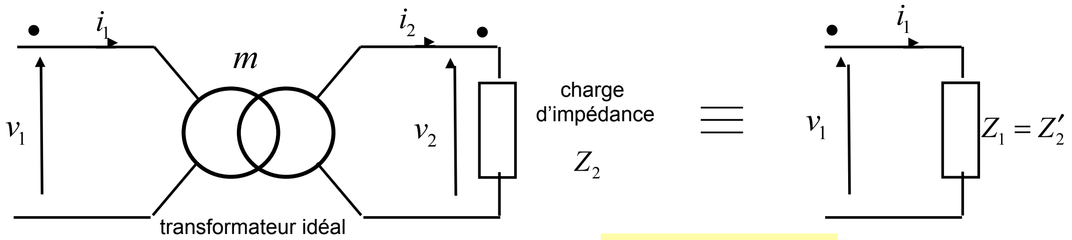
Schéma équivalent ramené au secondaire



$$m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_{20}}{v_1} = \frac{i_{1t}}{i_2}$$

$$R_2 = m^2 r_1 + r_2$$

Transformation des impédances :



$$m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{i_1}{i_2}$$

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{Z_2}{m^2} = Z_2'$$

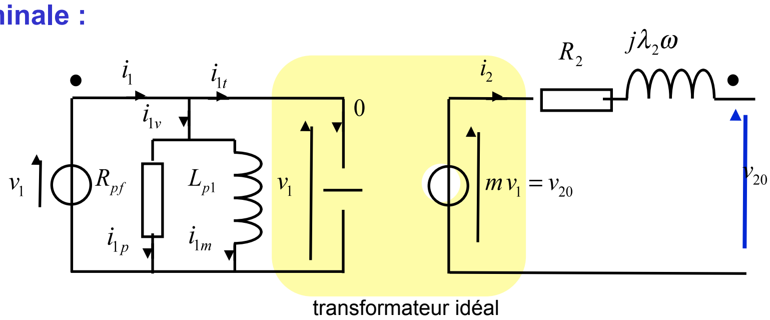
Identification des éléments du schéma équivalent

Essai à vide sous tension nominale :

On mesure les tensions V_{1nom} et V_{20}

$$m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{e_2}{e_1} \approx \frac{V_{20}}{V_{1nom}}$$

On mesure P_v et I_{1v} $\rightarrow$ R_{pf} L_{p1}

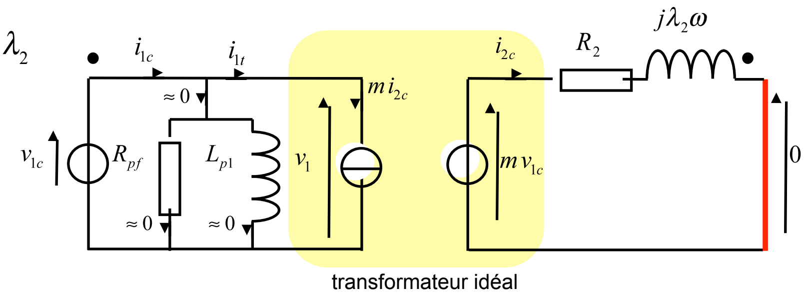


Essai en court-circuit normalisé : sous tension réduite V_{1c} telle que $I_{2c} = I_{2nom}$

On mesure P_c V_{1c} et I_{1c} $\rightarrow$ R_2 λ_2

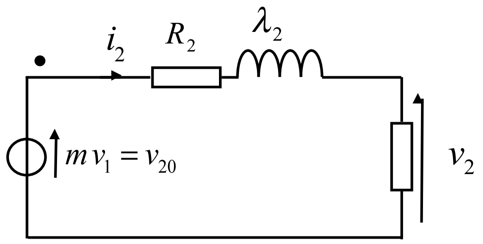
$$m\underline{V}_{1c} = \left(R_2 + \lambda_2 j\omega\right)\underline{I}_{2c}$$

$$mV_{1c} = \sqrt{R_2^2 + \left(\lambda_2 \omega\right)^2}\; I_{2nom}$$



Chute de tension en charge

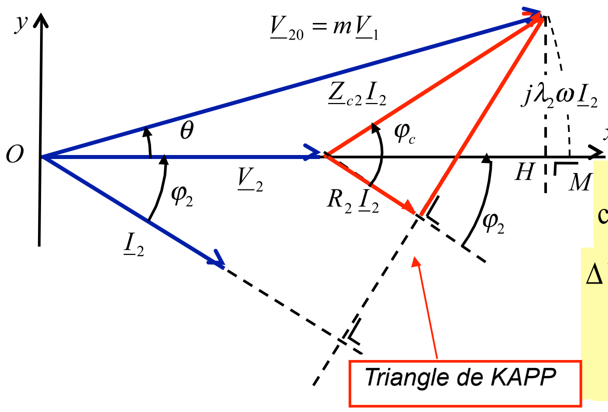
Hypothèse de KAPP : Au point nominal, on néglige le courant magnétisant devant le courant de travail



$$m\,v_1 = R_2\,i_2 + \lambda_2 \frac{di_2}{dt} + v_2$$

$\mathbb{C}$

$$\boxed{m\underline{V}_1 = R_2\,\underline{I}_2 + j\lambda_2\omega\,\underline{I}_2 + \underline{V}_2}$$



$\cos(\theta) \approx 1$ expression approchée

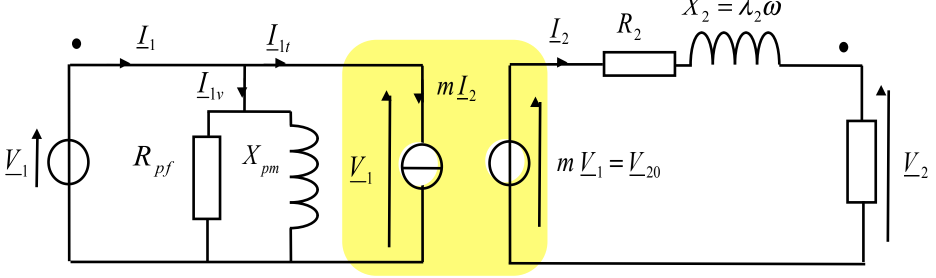
$$\Delta V_2 \approx V_{20} - V_2 = R_2\,I_2\cos(\varphi_2) + \lambda_2\omega\,I_2\sin(\varphi_2)$$

$\cos(\theta) \approx 1 - \dfrac{\sin^2(\theta)}{2}$ expression dite « exacte »

$$\Delta V_2 \approx R_2\,I_2\cos(\varphi_2) + \lambda_2\omega\,I_2\sin(\varphi_2) + \frac{1}{2V_{20}}\left(-R_2\,I_2\sin(\varphi_2) + \lambda_2\omega\,I_2\cos(\varphi_2)\right)^2$$

Exploitation du modèle : calcul des chutes de tension

Schéma équivalent par phase



$$m_v = m = \frac{V_{20}}{V_{1n}}$$

En fonction des puissances fournies à la charge P_2 et Q_2

$$\Delta V_2 \approx V_{20} - V_2 = R_2\,I_2\cos(\varphi_2) + X_2\,I_2\sin(\varphi_2)$$

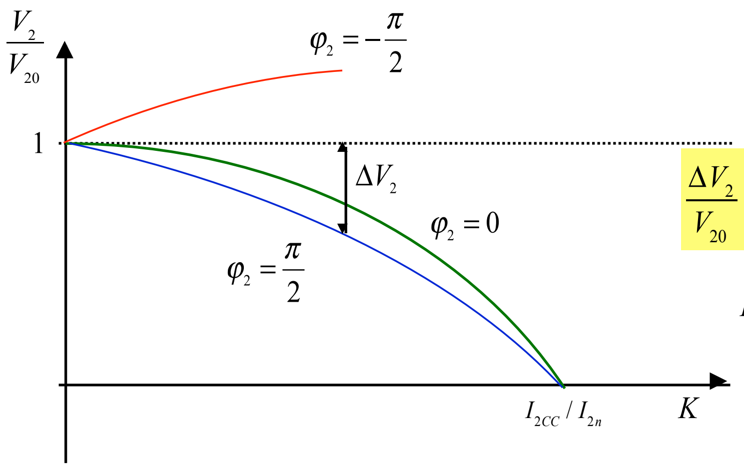
$$\frac{\Delta V_2}{V_2} \approx \frac{R_2 P_2 + X_2 Q_2}{V_2^2}$$

En fonction du régime de charge et du facteur de puissance de la charge

$$\left.\begin{array}{l} P_{cn} = R_2\,I_{2n}^2 \\ Q_{cn} = X_2\,I_{2n}^2 \end{array}\right\} \quad K = \frac{I_2}{I_{2n}} \text{ facteur de charge}$$

$$\frac{\Delta V_2}{V_{20}} \approx \left(\frac{P_{cn}}{S_n}\cos(\varphi_2) + \frac{Q_{cn}}{S_n}\sin(\varphi_2)\right)K$$

Caractéristique en charge



$$\frac{\Delta V_2}{V_{20}} \approx \left(\frac{P_{cn}}{S_n} cos(\varphi_2) + \frac{Q_{cn}}{S_n} sin(\varphi_2) \right) K$$

$K = \frac{I_2}{I_{2n}}$ facteur de charge

$$\Delta V_2 \approx \frac{R_2 P_2 + X_2 Q_2}{V_2}$$

En pratique $X_2 >> R_2$

C'est la circulation de réactif qui conditionne principalement les variations de tension aux bornes du transformateur

Exploitation du modèle : calcul du rendement

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{puissance\ active\ au\ secondaire}{puissance\ active\ au\ primaire}$$

$$\eta = \frac{V_2 I_2\ cos(\varphi_2)}{V_2 I_2\ cos(\varphi_2) + P_f + R_2 I_2^2}$$

$$\eta = \frac{V_2\ cos(\varphi_2)}{V_2\ cos(\varphi_2) + \frac{P_f}{I_2} + R_2 I_2}$$

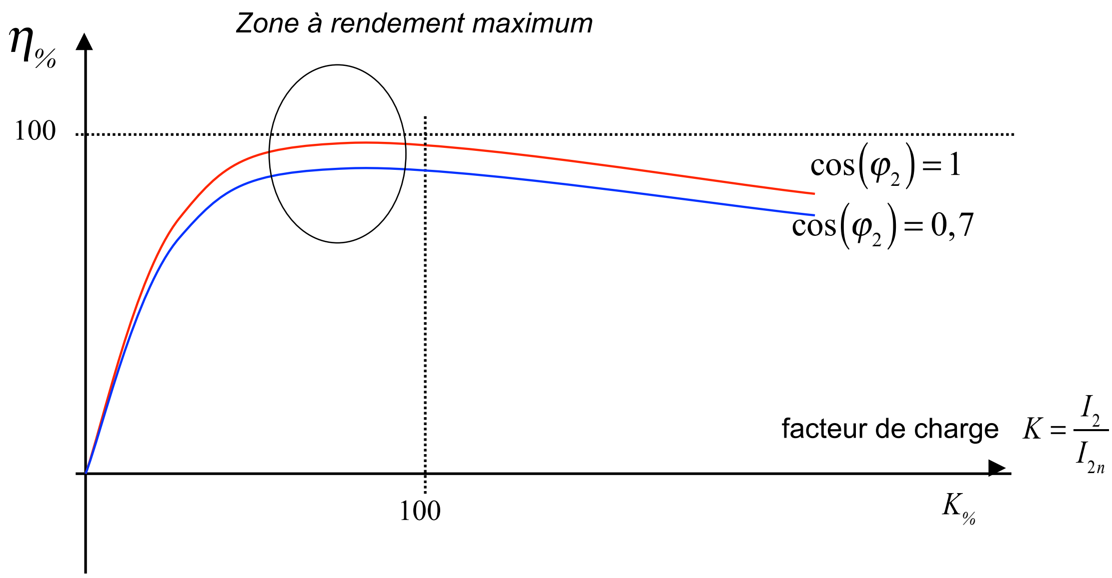
Rendement maximum lorsque les pertes fer sont égales aux pertes Joule

Le rendement chute avec le facteur de puissance
Il reste cependant très élevé : > 95 %

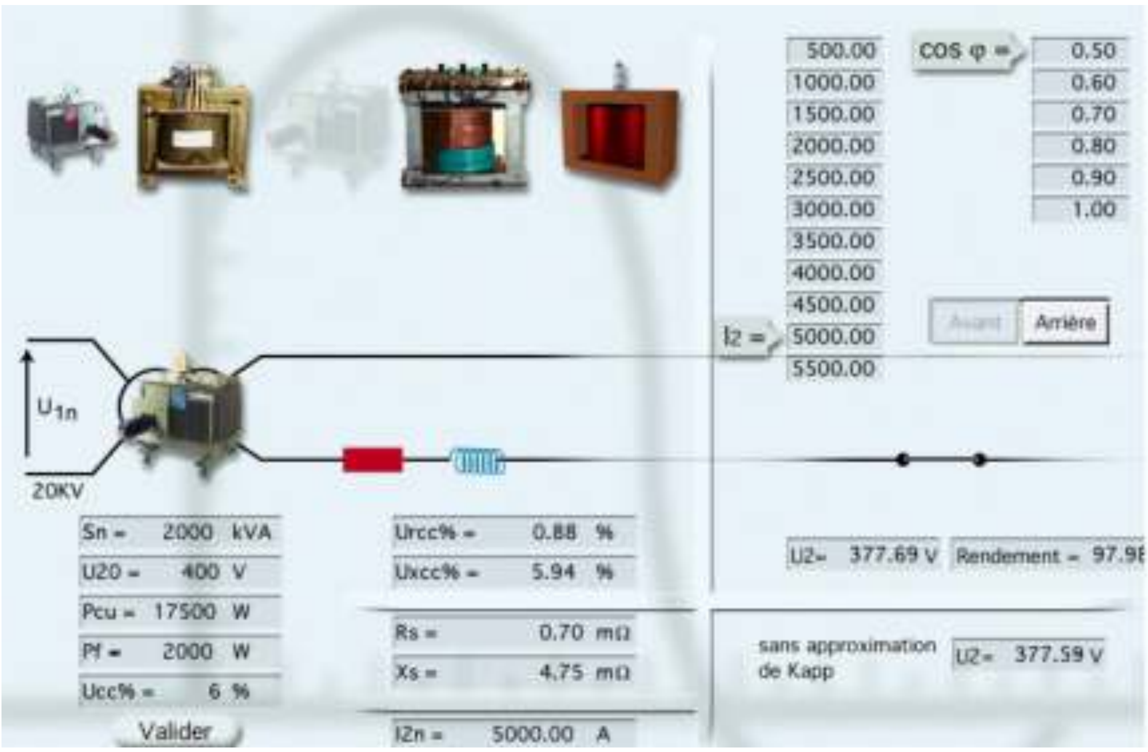
Compte tenu des incertitudes de mesure,
le rendement est déterminé de **manière indirecte** :

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + pertes}$$

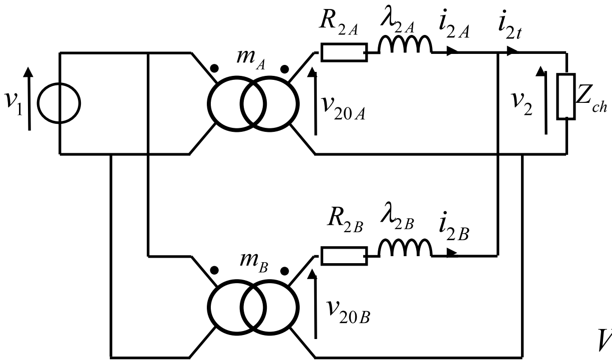
Exploitation du modèle : calcul du rendement



Exemple (doc. FranceTransfo)



Groupement de transformateurs monophasés



Conditions de couplage

Première condition :

$$V_1 \approx V_{1nA} \approx V_{1nB}$$
$$V_2 \approx V_{2nA} \approx V_{2nB}$$

et donc $m_A \approx m_B$

Deuxième condition :

Vérifier que les 2 tensions secondaires ne sont pas en opposition de phase avant de réaliser la connexion

donc

Conditions de couplage

$$\underline{V}_{20A} = \underline{V}_{20B} \;\rightarrow\; m_A = m_B$$

Fonctionnement en parallèle de 2 transformateurs monophasés

$$\begin{cases} \underline{I}_{ch} = \underline{I}_{2A} + \underline{I}_{2B} \\ \underline{V}_{20A} - \underline{Z}_{2cA}\underline{I}_{2A} = \underline{V}_{20B} - \underline{Z}_{2cB}\underline{I}_{2B} \end{cases}$$

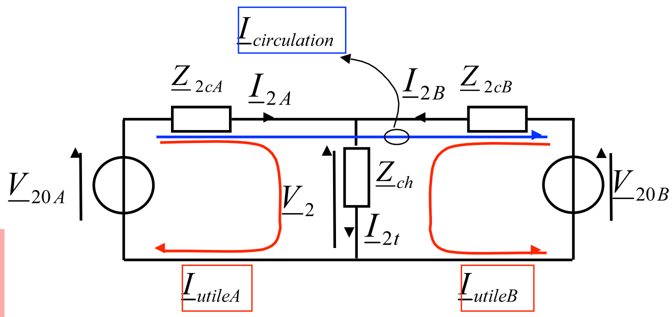


Schéma équivalent vu du secondaire

$$\underline{Z}_{2cA} = R_{2A} + j\lambda_{2A}\omega$$
$$\underline{Z}_{2cB} = R_{2B} + j\lambda_{2B}\omega$$
$$\underline{Z}_{ch} = R_{ch} + j\,X_{ch}$$

$$\begin{cases} \underline{I}_{2A} = +\dfrac{\underline{V}_{20A} - \underline{V}_{20B}}{\underline{Z}_{2cA} + \underline{Z}_{2cB}} + \dfrac{\underline{Z}_{2cB}}{\underline{Z}_{2cA} + \underline{Z}_{2cB}}\underline{I}_{ch} \\ \underline{I}_{2B} = -\dfrac{\underline{V}_{20A} - \underline{V}_{20B}}{\underline{Z}_{2cA} + \underline{Z}_{2cB}} + \dfrac{\underline{Z}_{2cA}}{\underline{Z}_{2cA} + \underline{Z}_{2cB}}\underline{I}_{ch} \end{cases}$$

$\underline{I}_{circulation}$ — *participation à* $\underline{I}_{ch} \equiv \underline{I}_{utile}$

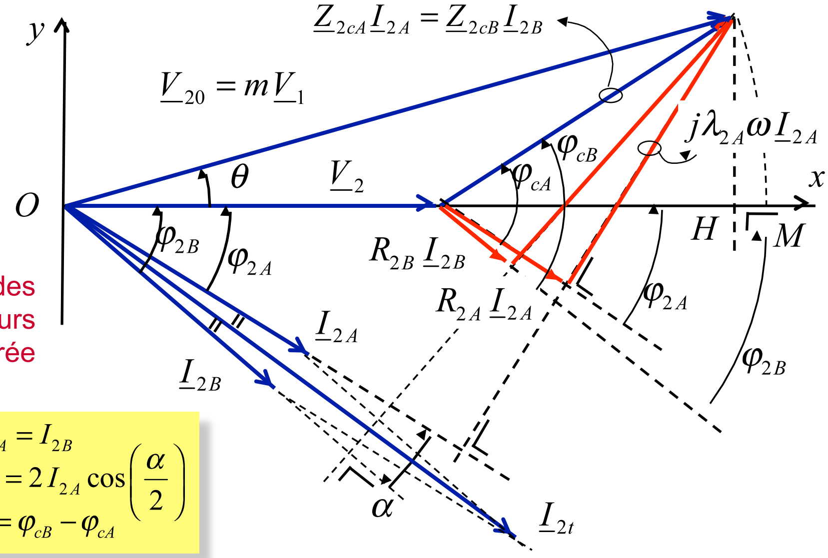
Si les 2 premières conditions sont remplies :

$$\underline{V}_{20A} = \underline{V}_{20B} \;\Rightarrow\; \boxed{\underline{I}_{circulation} = 0} \text{ et } \boxed{\frac{\underline{I}_{2A}}{\underline{I}_{2B}} = \frac{\underline{Z}_{2cB}}{\underline{Z}_{2cA}}}$$

Les courants se répartissent au prorata inverse des impédances des transformateurs ET il n’y a pas de courant de circulation entre les transformateurs

Groupement de transformateurs monophasés

Si les puissances des transformateurs sont identiques



Charge des transformateurs équilibrée

Si $Z_{2cA} = Z_{2cB} \rightarrow$

$$I_{2A} = I_{2B}$$
$$I_{2t} = 2\,I_{2A}\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$
$$\alpha = \varphi_{cB} - \varphi_{cA}$$

Si $\underline{Z}_{2cA} = \underline{Z}_{2cB} \rightarrow$

$$\underline{I}_{2A} = \underline{I}_{2B} = \frac{\underline{I}_{t2}}{2}$$
$$\underline{I}_{2t} = \underline{I}_{2A} + \underline{I}_{2B} = 2\underline{I}_2$$

Charge des transformateurs équilibrée + minimum de courant $\alpha = 0$

Fonctionnement en parallèle de 2 transformateurs monophasés

Si les puissances des transformateurs sont différentes

$$S_{nA} \neq S_{nB} \qquad \text{et} \qquad \underline{V}_{20A} = \underline{V}_{20B}$$

Répartition des charges entre les deux transformateurs en fonction de leur impédance de court-circuit. En module :

$$\frac{I_{2nA}}{I_{2nB}} = \frac{I_{2nA}}{V_{20A}}\frac{V_{20B}}{I_{2nB}} = \frac{Z_{2nB}}{Z_{2nA}} \qquad \text{en posant} \qquad Z_{2nA} = \frac{V_{20A}}{I_{2nA}} \qquad Z_{2nB} = \frac{V_{20B}}{I_{2nB}}$$

En valeurs relatives, ou en « per unit » (valeurs nominales prises comme références) :

$$\frac{I_{2A}}{I_{2B}}\frac{I_{2nB}}{I_{2nA}} = \frac{Z_{2cB}}{Z_{2cA}}\frac{Z_{2nA}}{Z_{2nB}} \qquad \text{en } pu \qquad \boxed{\frac{i_{2A}}{i_{2B}} = \frac{z_{2cB}}{z_{2cA}}} \qquad \text{en posant} \quad \left\{ \begin{aligned} i_{2A} &= \frac{I_{2A}}{I_{2nA}} \\ z_{2cA\,pu} &= \frac{Z_{2cA}}{Z_{2nA}} \end{aligned} \right.$$

Les charges sont équitablement réparties (en fonction de la puissance nominale de chacun) si les impédances sont égales en « per unit »

Fonctionnement en parallèle de 2 transformateurs monophasés

Si les puissances des transformateurs sont différentes

$$S_{nA} \neq S_{nB} \quad \text{et} \quad \underline{V}_{20A} = \underline{V}_{20B}$$

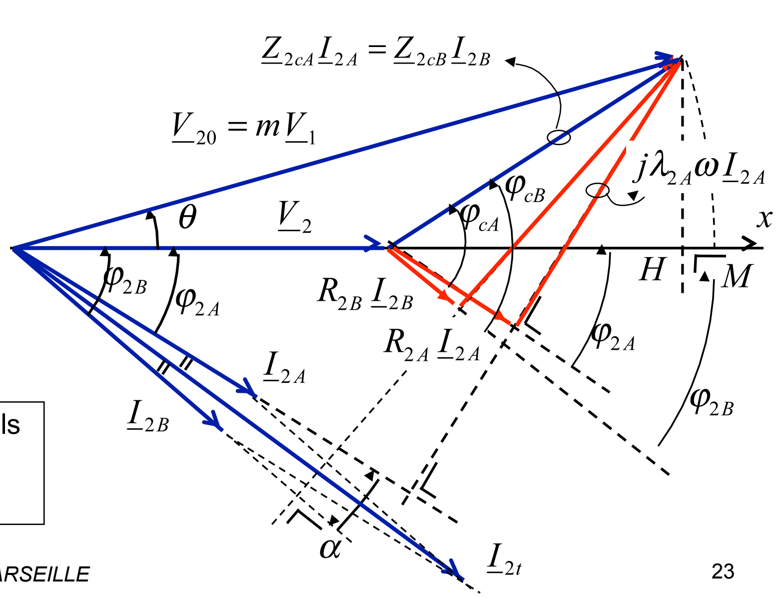
Répartition des charges entre les deux transformateurs en fonction de leur impédance de court-circuit. **En module et phase** :

$$\frac{\underline{i}_{2A}}{\underline{i}_{2B}} = \left|\frac{\underline{z}_{2cB}}{\underline{z}_{2cA}}\right| e^{j(\varphi_{cB}-\varphi_{cA})}$$

avec $\alpha = \varphi_{cB} - \varphi_{cA} = 0$

Charge **équitable** des transformateurs (au prorata de leur puissance nominale)
+ minimum de courant

Les courants sont en phase, ils s'additionnent pour former le courant de charge



Système per unit (p.u.)

A partir de grandeurs réelles de base ou de référence telles que : $S_{nom} \quad V_{1nom} \quad \omega_{nom}$

La puissance apparente étant une grandeur de dimensionnement du transformateur définie par :

$$S_{nom} = V_{1nom}\, I_{1nom} = V_{20}\, I_{2nom}$$

Primaire		***Secondaire***
$R_{1nom} = \dfrac{V_{1nom}}{I_{1nom}}$	$m = \dfrac{V_{20}}{V_{1nom}} = \dfrac{I_{1nom}}{I_{2nom}}$	$R_{2nom} = \dfrac{V_{20}}{I_{2nom}} = m^2\, R_{1nom}$
$v_{1pu} = \dfrac{V_1}{V_{1nom}} \quad i_{1pu} = \dfrac{I_1}{I_{1nom}}$	***pour les tensions et courants***	$v_{2pu} = \dfrac{V_2}{V_{20}} \quad i_{2pu} = \dfrac{I_2}{I_{2nom}}$
$r_{1pu} = \dfrac{R_1 I_{1nom}}{V_{1nom}} = \dfrac{R_1}{R_{1nom}}$	***pour les résistances***	$r_{2pu} = \dfrac{R_2 I_{2nom}}{V_{20}} = \dfrac{R_2}{R_{2nom}}$
$x_{1pu} = \dfrac{\lambda_1 \omega I_{1nom}}{V_{1nom}} = \dfrac{\lambda_1 \omega}{R_{1nom}}$	***pour les réactances***	$x_{2pu} = \dfrac{\lambda_2 \omega I_{2nom}}{V_{20}} = \dfrac{\lambda_2 \omega}{R_{2nom}}$

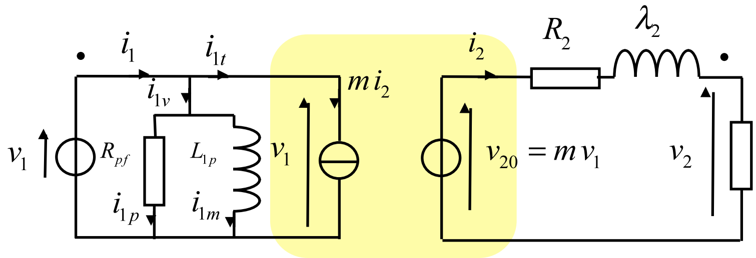
$r_{1pu} = \dfrac{R_1 I_{1nom}}{V_{1nom}} = \dfrac{R_2}{m^2}\dfrac{m I_{2nom}}{V_{20}/m} = \dfrac{R_2 I_{2nom}}{V_{20}} = r_{2pu}$ $\quad r_{1pu} = r_{2pu} = r_{pu}$ $\quad$ de même $x_{1pu} = x_{2pu} = x_{pu}$

Le calcul des valeurs en p.u. des éléments du schéma équivalent ne fait pas intervenir m

Remarque : $z_{pu} = \dfrac{Z_1\, I_{1nom}\, V_{1nom}}{V_{1nom}^2} = Z_1 \dfrac{S_{nom}}{V_{1nom}^2} = Z_2 \dfrac{S_{nom}}{V_{20}^2}$ $\quad$ et $\quad \dfrac{Z_1}{V_{1nom}^2} = \dfrac{Z_2}{V_{20}^2}$

Passage du schéma équivalent en per unit

Partant du schéma équivalent, impédance de court-circuit au secondaire :



transformateur idéal

On appelle « impédance magnétisante » : $\underline{Z}_{1\mu} = \dfrac{R_{pf}\, j L_{1p}\omega}{R_{pf} + j L_{1p}\omega}$

1. $v_1 = Z_{1\mu}\, i_{1v} \Rightarrow v_{1pu} V_{1n} = Z_{1\mu}\, i_{1vpu} I_{1n} \Rightarrow \boxed{v_{1pu} = Z_{1\mu pu}\, i_{1vpu}}$

2. $m = \dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{v_{20}}{v_1} = \dfrac{i_{1t}}{i_2} \Rightarrow m = \dfrac{n_2}{n_1} = \dfrac{v_{20pu} V_{20}}{v_{1pu} V_{1n}} = \dfrac{i_{1tpu} I_{1n}}{i_{2pu} I_{2n}} \Rightarrow \boxed{1 = \dfrac{v_{20pu}}{v_{1pu}} = \dfrac{i_{1tpu}}{i_{2pu}}}$

Schéma équivalent en per unit

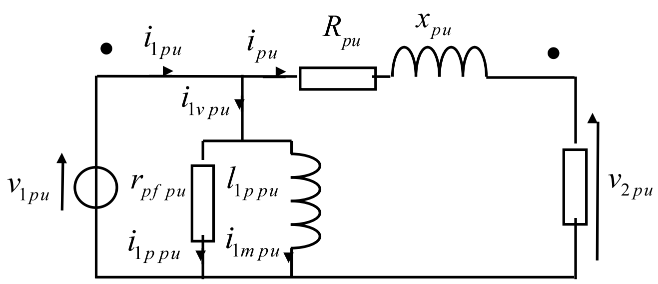
3. $m v_1 = v_{20} = R_2\, i_2 + \lambda_2 \dfrac{di_2}{dt} + v_2$

$$\Rightarrow \quad m v_{1pu} V_{1n} = v_{20\,pu} V_{20} = R_2\, i_{2\,pu} I_{2n} + \lambda_2 \frac{d\left(i_{2\,pu} I_{2n}\right)}{dt} + v_{2\,pu} V_{20}$$

$$\Rightarrow \quad v_{1pu} = v_{20\,pu} = R_{2\,pu}\, i_{2\,pu} + \lambda_{2\,pu} \frac{di_{2\,pu}}{dt} + v_{2\,pu}$$

Compte tenu des relations de base

$$\boxed{v_{1pu} = v_{20\,pu} = R_{pu}\, i_{pu} + \lambda_{pu} \frac{di_{pu}}{dt} + v_{pu}}$$



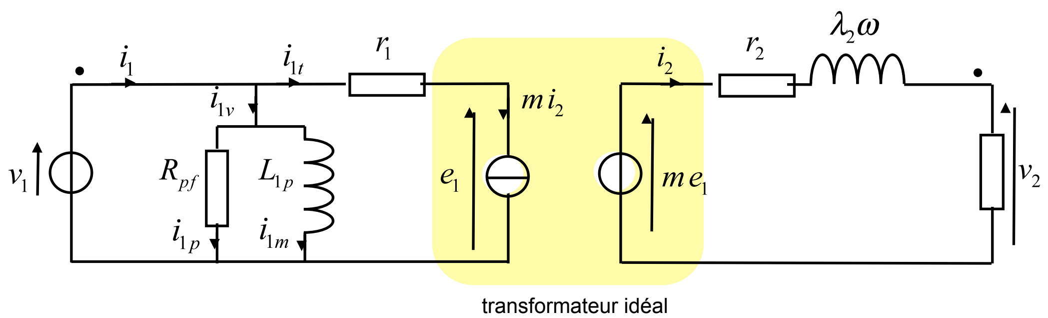
$$x = \lambda\omega$$

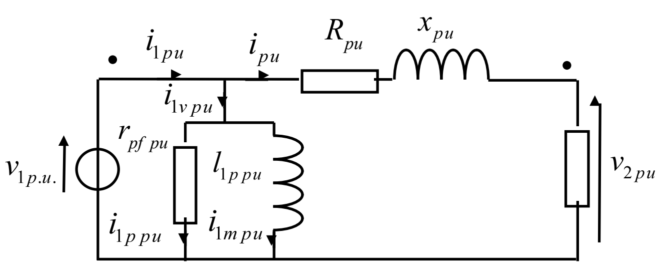
$$x_{pu} R_{2\,nom} = \lambda \omega_n \omega_{pu}$$

$$x_{pu} = \frac{\lambda \omega_n}{L_{2n} \omega_n} \omega_{pu} = \lambda_{pu} \omega_{pu}$$

$x_{pu} = \lambda_{pu}$ car $\omega = \omega_n$

Le transformateur en p.u.





$$m V_{1c} = \sqrt{R_2^2 + \left(\lambda_2\, \omega\right)^2}\; I_{2nom}$$

$$u_{cc\,pu} = v_{1c\,pu} = \sqrt{R_{pu}^2 + x_{pu}^2} = z_{pu}$$

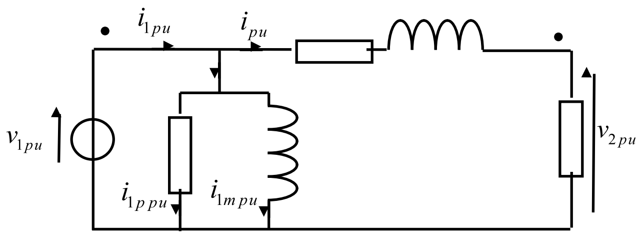
Exemple d'application

$S_{nom} = 250\,kVA \quad V_{1nom} = 20\,kV \quad V_{20} = 400\,V$

$R_{pf} = 80k\Omega \quad L_{1p}\omega = 48k\Omega$

$r_1 = 3,5\,\Omega \quad r_2 = 5\,m\Omega \quad \lambda_2\omega = 32m\Omega$

Alimenté sous sa tension nominale primaire



Identifier les paramètres du schéma équivalent en pu

En déduire les valeurs du courant magnétisant en pu

En déduire la valeur de $u_{cc\,pu} = v_{1c\,pu} = z_{pu} = ?$

Grandeurs de base

$S_{base} = S_{nom} = 250\,kVA$

$V_{base} = V_{1nom} = 20\,kV$

$\omega_{base} = \omega_{nom} = 314\,rd/s$

$m = \dfrac{V_{20}}{V_{1nom}} = 0.02$

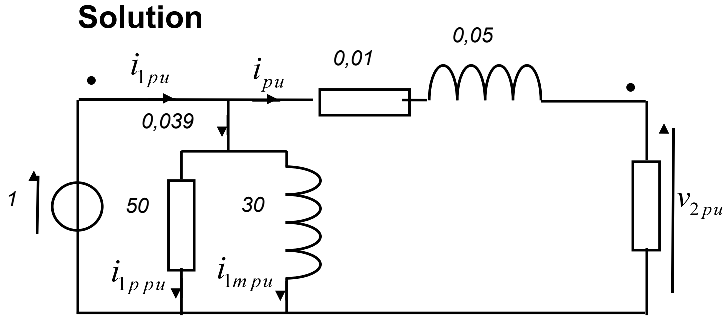
$I_{1base} = I_{1nom} = \dfrac{S_{nom}}{V_{1nom}} = 12.50\,A$

$I_{2base} = I_{2nom} = \dfrac{S_{nom}}{V_{20}} = 625\,A$

$R_{1base} = R_{1nom} = 1600\,\Omega$

$R_{2base} = R_{2nom} = 0.64\,\Omega$

Solution



Paramètres en pu

$$R_{pu} = \frac{r_2 + m^2 r_1}{R_{2nom}} = \frac{0.0064}{0.64} = 0.01\,pu \qquad x_{pu} = \frac{\lambda_2\,\omega}{R_{2nom}} = \frac{0.032}{0.64} = 0.05\,pu$$

$$\boxed{u_{cc\,pu} = v_{1c\,pu} = z_{pu} = \sqrt{R^2_{pu} + x^2_{pu}} = 0,051\,pu}$$

$$\left.\begin{aligned} r_{pf\,pu} &= \frac{R_{pf}}{R_{1nom}} = 50\,pu \\ x_{p\,pu} &= \frac{L_{1p}\omega}{R_{1nom}} = 30\,pu \end{aligned}\right\} \; z_{magn\,pu} = \frac{r_{pf\,pu}\,x_{p\,pu}}{\sqrt{r^2_{pf\,pu} + x^2_{p\,pu}}} = 25.72\,pu$$

Sous tension nominale primaire $v_{1pu} = 1\,pu$

$$\boxed{i_{v\,pu} = \frac{1}{z_{magn\,pu}} = 0.039\,pu}$$