

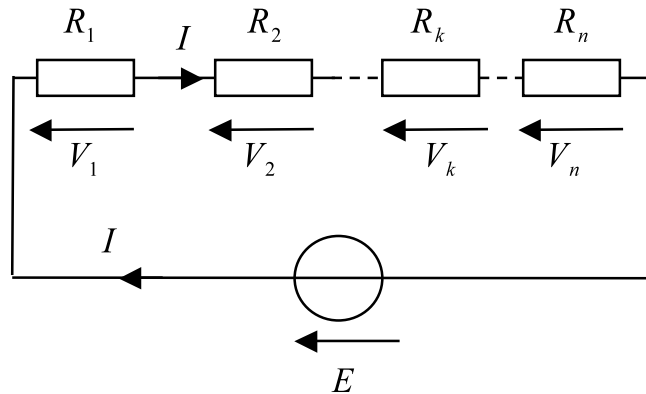


Théorèmes de l'électrocinétique

Eléments de cours

Diviseurs

Diviseur de tension

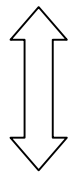


$$I = \frac{E}{\sum_{i=1}^n R_i} = \frac{V_1}{R_1} = \dots = \frac{V_k}{R_k} \quad \forall k = 1, 2, \dots, n$$

$$V_k = E \frac{R_k}{\sum_{i=1}^n R_i}$$

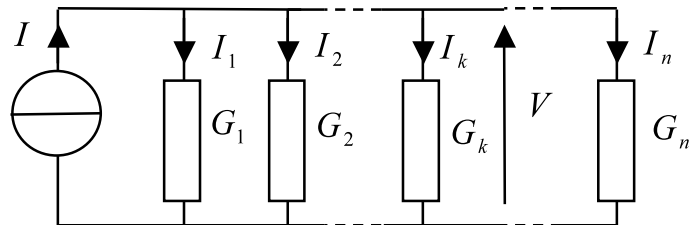


Condition d'utilisation : Même courant I dans les R_k



Dualité

Diviseur de courant



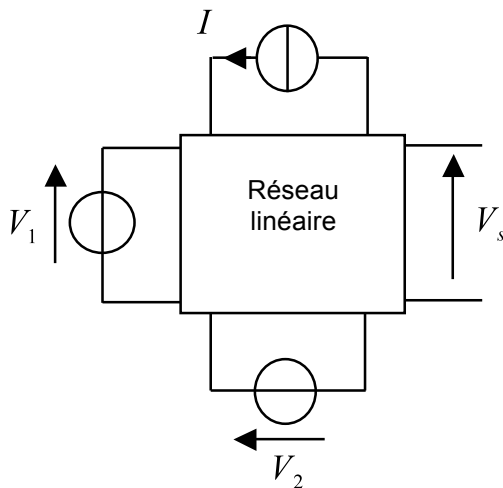
$$V = \frac{I}{\sum_{i=1}^n G_i} = \frac{I_1}{G_1} = \dots = \frac{I_k}{G_k} \quad \forall k = 1, 2, \dots, n$$

$$I_k = I \frac{G_k}{\sum_{i=1}^n G_i}$$



Condition d'utilisation : Même tension V aux bornes des G_k

Théorème de superposition



$$V_S = V_{S1} + V_{S2} + V_{S3}$$

$$A_1 = \left(\frac{V_{S1}}{V_1} \right)_{V_2, I=0} \quad \text{sans dimension} \quad [\quad]$$

Les sources V_2 et I sont éteintes et on calcule la contribution V_{S1} de V_1 à V_S

Ou

On éteint toutes les sources (indépendantes) sauf celle dont on veut calculer la contribution

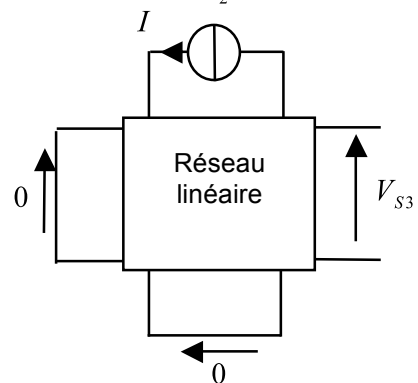
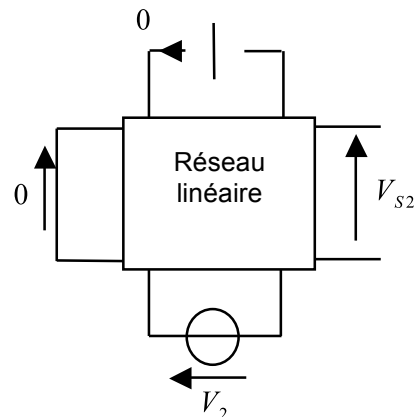
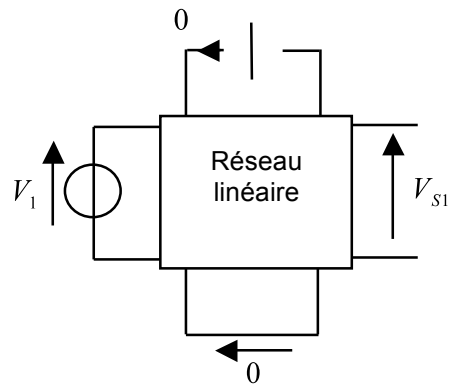
$$A_2 = \left(\frac{V_{S2}}{V_2} \right)_{V_1, I=0} \quad \text{sans dimension} \quad [\quad]$$

Les sources V_1 et I sont éteintes et on calcule la contribution V_{S2} de V_2 à V_S

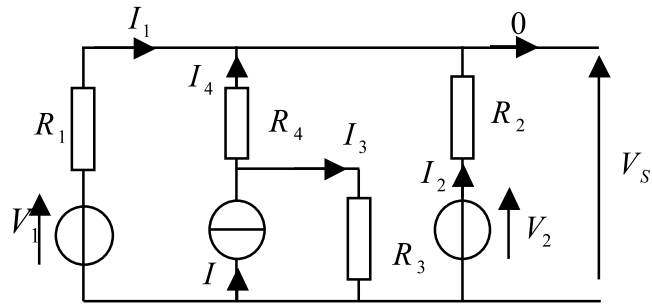
$$A_3 = \left(\frac{V_{S3}}{I} \right)_{V_1, V_2=0} \quad \text{en Ohms} \quad [\Omega]$$

Les sources V_1 et V_2 sont éteintes et on calcule la contribution V_{S3} de I à V_S

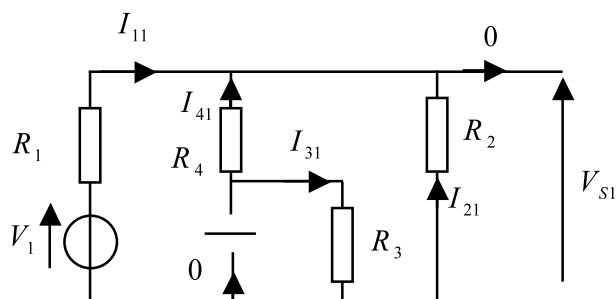
$$V_S = A_1 V_1 + A_2 V_2 + A_3 I$$



Mise en œuvre du théorème de superposition



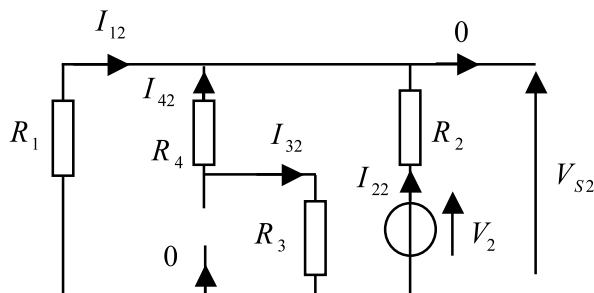
La tension V_S et les courants $I_1 I_2 I_3 I_4$ sont inconnus



Contribution de V_1

On calcule la tension V_{S1} et les courants

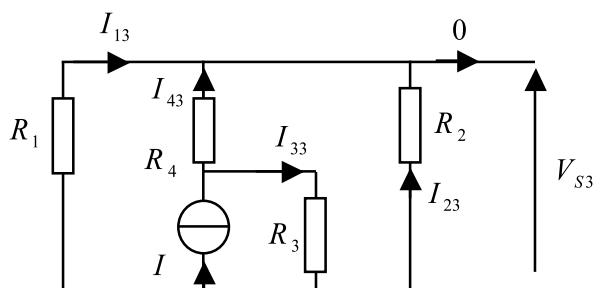
$$I_{11} I_{21} I_{31} I_{41}$$



Contribution de V_2

On calcule la tension V_{S2} et les courants

$$I_{12} I_{22} I_{32} I_{42}$$



Contribution de I

On calcule la tension V_{S3} et les courants

$$I_{13} I_{23} I_{33} I_{43}$$

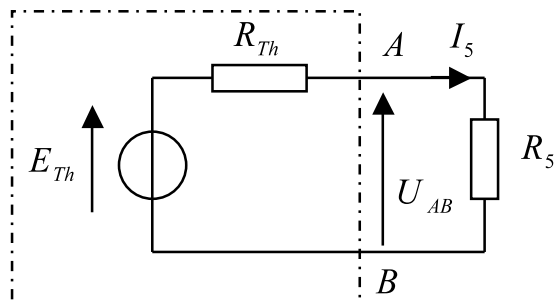
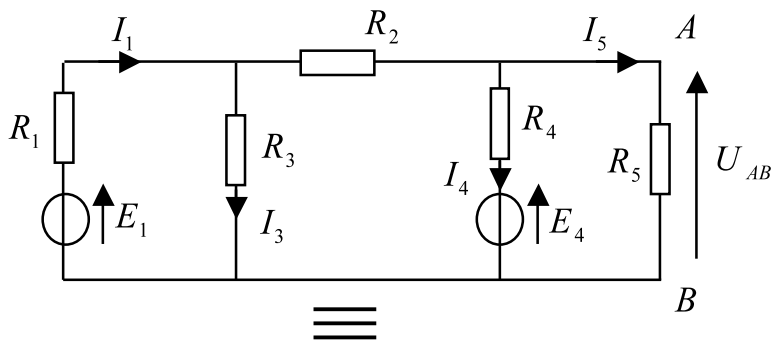
Compte tenu des sens conventionnels on déduit :

$$V_S = V_{S1} + V_{S2} + V_{S3}$$

$$I_1 = I_{11} + I_{12} + I_{13}$$

etc

Théorème de Thévenin



Générateur de tension
équivalent de Thévenin

Charge

Problème type :

Déterminer le courant I_5 qui traverse R_5

On remplace **tout ce qui est connecté à R_5 (le réseau)** par un modèle de Thévenin, générateur de tension (fictif) qui aura le même comportement que le réseau vu des bornes A et B.

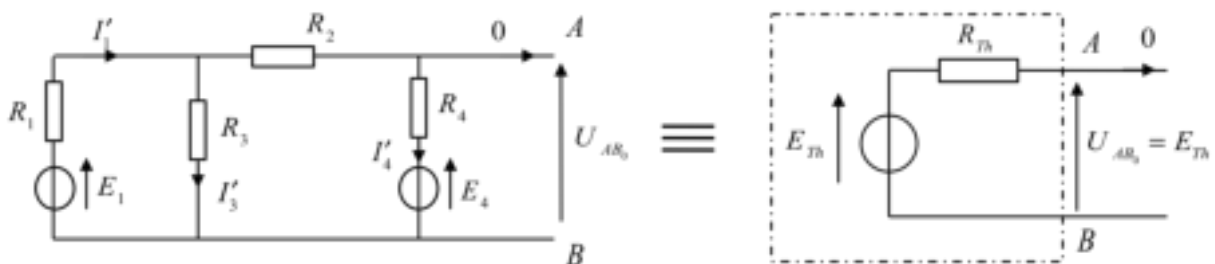
Quand on connaîtra les paramètres du modèle :

$$U_{AB} = E_{Th} \frac{R_5}{R_5 + R_{Th}}$$

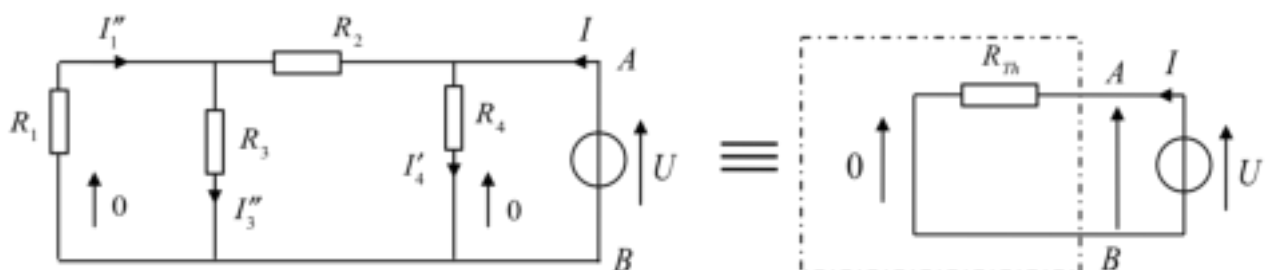
$$I_5 = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_5} = \frac{U_{AB}}{R_5}$$

Détermination des paramètres de la source équivalente

Détermination de E_{Th}



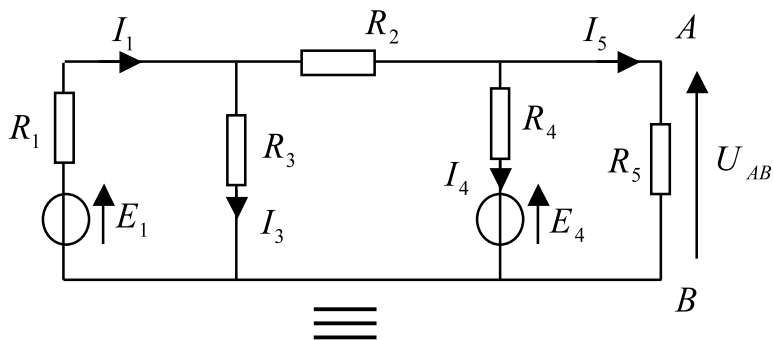
Détermination de la résistance de Thévenin R_{Th}



On éteint les sources indépendantes, on place une source de tension U qui fait circuler un courant I et enfin, on détermine le rapport U/I d'où :

$$R_{AB} = \frac{U}{I} = R_{Th}$$

Théorème de Norton



Problème type :

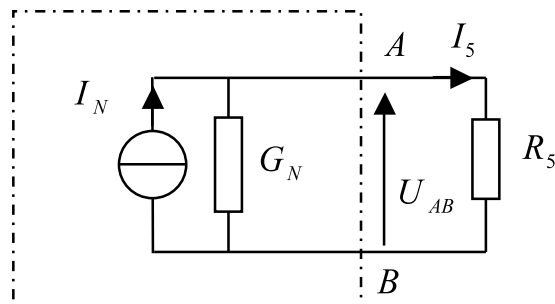
Déterminer le courant I_5 qui traverse R_5

On remplace **tout ce qui est connecté à R_5 (le réseau)** par un modèle de Norton, générateur de courant qui aura le même comportement que le réseau vu des bornes A et B.

Quand on connaîtra les paramètres du modèle :

$$U_{AB} = R_5 I_5 = \frac{I_N}{G_5 + G_N}$$

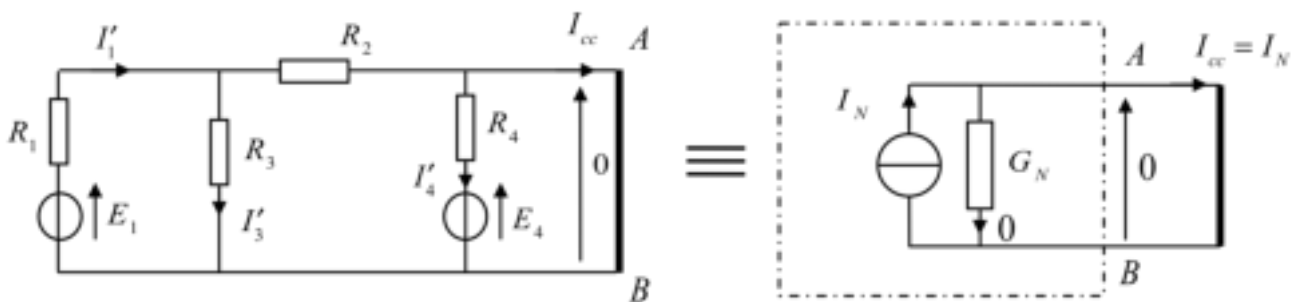
$$I_5 = I_N \frac{G_5}{G_N + G_5}$$



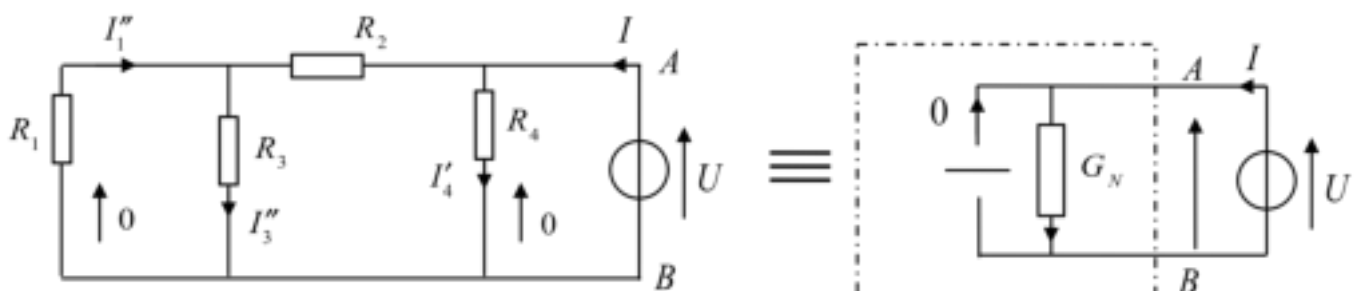
Générateur de courant équivalent de Norton

Charge

Détermination de I_N



Détermination de la résistance de Norton R_N ou la conductance G_N

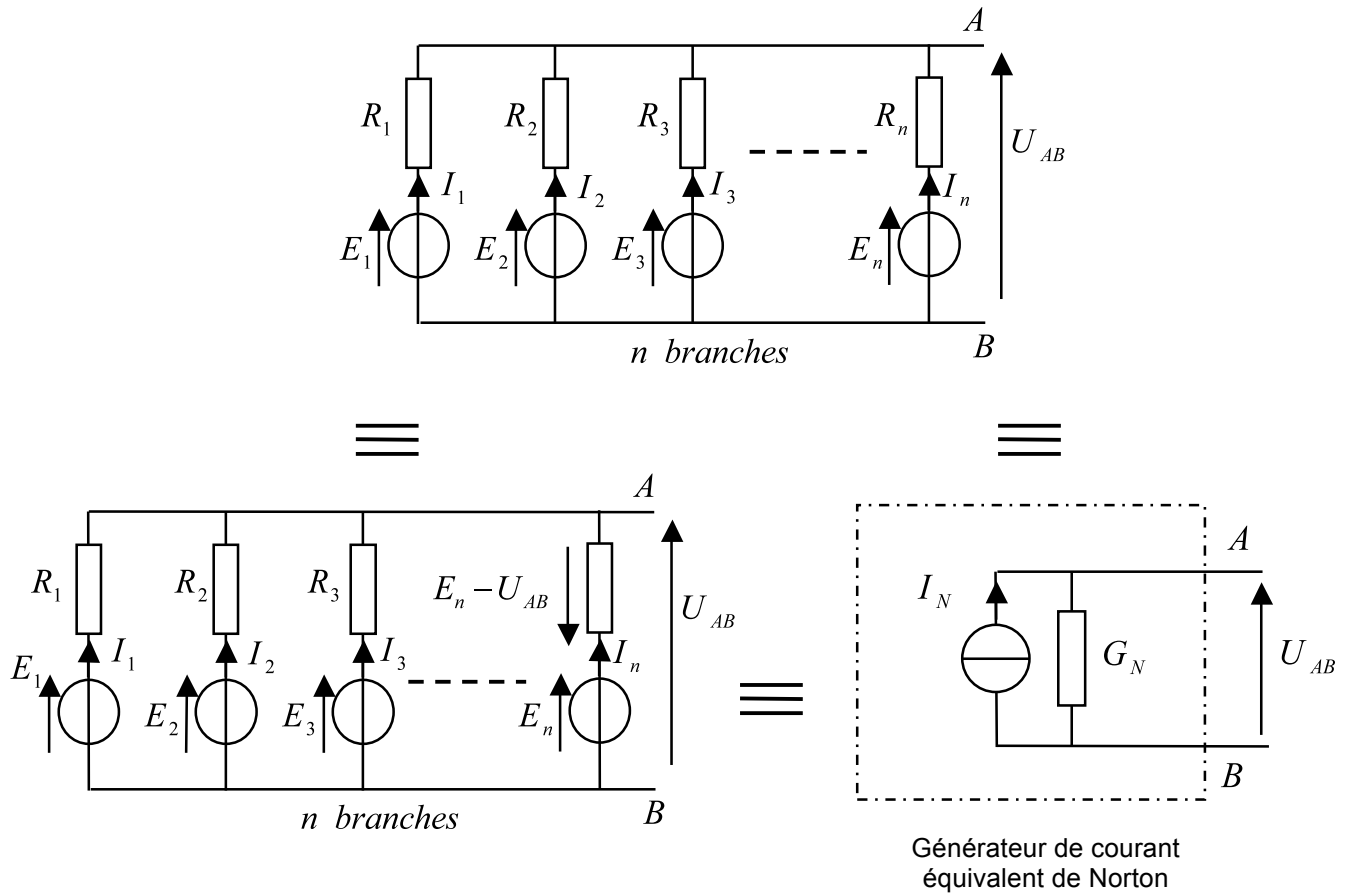


On éteint les sources indépendantes, on place une source de tension U qui fait circuler un courant I et enfin, on détermine le rapport U/I d'où :

$$R_{AB} = \frac{U}{I} = R_N = \frac{1}{G_N} = \dots = R_{Th}$$

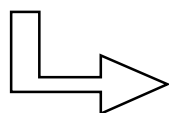
Théorème de Millman

Problème : déterminer la tension U_{AB} aux bornes de n branches en parallèle



$$\sum_{i=1}^n I_i = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0$$

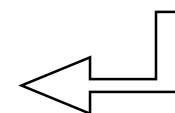
$$\sum_{i=1}^n \frac{(E_i - U_{AB})}{R_i} = \sum_{i=1}^n (E_i - U_{AB}) G_i = 0$$



$$U_{AB} = \frac{I_N}{G_N} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i G_i}{\sum_{i=1}^n G_i}$$

$$I_N = I_{cc} = \sum_{i=1}^n I_{cc_i} = \sum_{i=1}^n E_i G_i$$

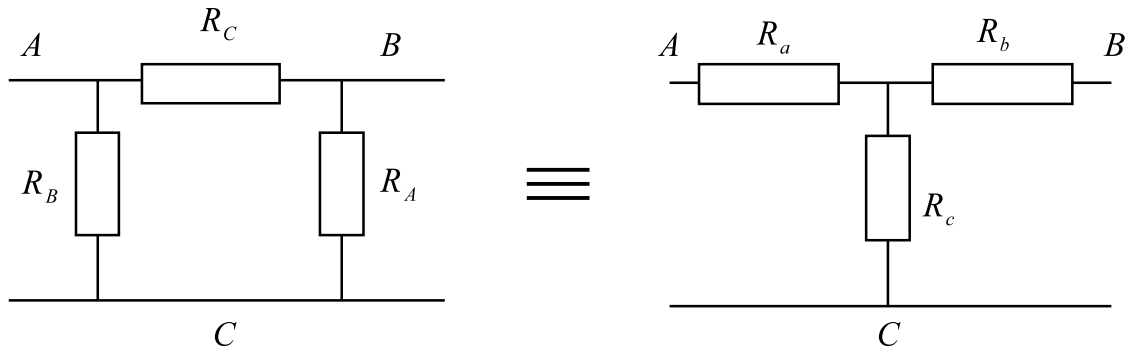
$$G_N = G_{AB} = \sum_{i=1}^n G_i$$



U_{AB} : tension aux bornes de n branches en parallèle

Théorème de Kennelly

Transformation (triangle-étoile) ou (Π en T)



Transformation de Π en T
(triangle $\rightarrow$ étoile)

Transformation de T en Π
(étoile $\rightarrow$ triangle)

$R_A R_B R_C$	Données	$R_a R_b R_c$
$R_a R_b R_c$	Inconnues	$R_A R_B R_C$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_a = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \\ R_b = \frac{R_C R_A}{R_A + R_B + R_C} \\ R_c = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} G_A = \frac{G_b G_c}{G_a + G_b + G_c} \\ G_B = \frac{G_c G_a}{G_a + G_b + G_c} \\ G_C = \frac{G_a G_b}{G_a + G_b + G_c} \end{array} \right.$$